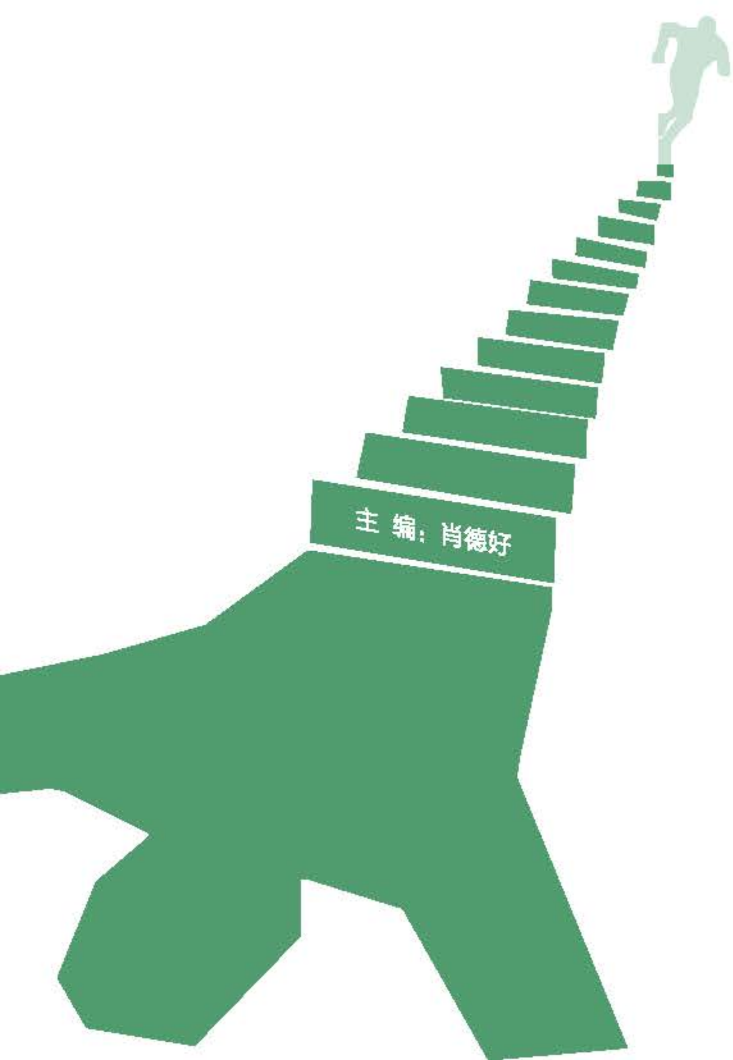
全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学 2

必修第二册

RJA



主 编：肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

· 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。

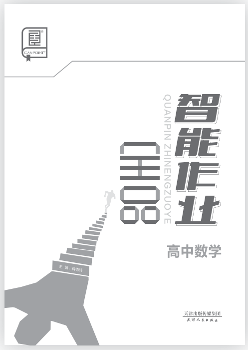
· 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。

· 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、提升数学思维



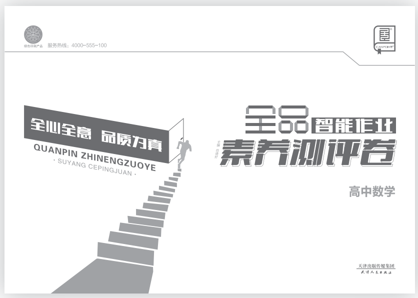
特点二 细分课时，并针对重难点和考试热点分别设置专题突破练和热点题型探究

- 专题突破练——讲次重难点，重点专题复习
- 热点题型探究—— 题型方法全面概括，解析本章考试热点难点

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷
阶段素养测评卷
——知识覆盖到位，有助查漏补缺

模块素养测评卷——覆盖全书知识，精准备战期末



精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，

助力同步高效学习！

CONTENTS

全品智能作业 · 数学 RJA

08 第八章 立体几何初步

第六章　平面向量及其应用

6.1　平面向量的概念

6.1.1　向量的实际背景与概念
6.1.2　向量的几何表示
6.1.3　相等向量与共线向量

基础夯实篇

1. 给出下列物理量：

①质量；②速度；③位移；④力；⑤加速度；⑥路程；⑦密度；⑧功；⑨时间.

其中不是向量的有（　）

A. 3 个　　B. 4 个

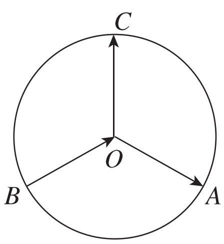
C. 5 个　　D. 6 个

2. 给出下列说法：①零向量是没有方向的；②零向量的长度为 0；③零向量的方向是任意的；④零向量与任一向量平行. 其中正确的有（　）

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

3. ［2024·云南师大附中高一月考］如图，在⊙O 中，向量 $\overrightarrow{BO}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OA}$ 是（　）



A. 有相同起点的向量

B. 模相等的向量

C. 共线向量

D. 相等向量

4. 已知点 O 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点，则（　）

A. $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$　　B. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{OD}/\!/\overrightarrow{BO}$　　D. $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BD}|$

5. （多选题）下列结论中，错误的是（　）

A. 表示两个相等向量的有向线段，若它们的起点相同，则终点也相同

B. 若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不是共线向量

C. 若$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{DC}|$，则四边形 $ABCD$ 是平行四边形

D. 有向线段就是向量，向量就是有向线段

6. 命题“向量 $\overrightarrow{AB}$ 的长度与向量 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相等”是________.（填“真命题”或“假命题”）

7. 下列命题是真命题的是________.（填序号）

①若 A,B,C,D 在一条直线上，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量；

②若 A,B,C,D 不在一条直线上，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 不是共线向量；

③若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量，则 A,B,C,D 四点必在一条直线上；

④若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 是共线向量，则 A,B,C 三点必在一条直线上.

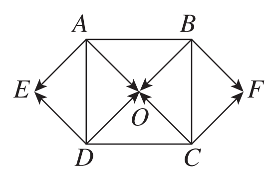
8. O 是正方形 $ABCD$ 对角线的交点，四边形 $OAED$，$OCFB$ 都是正方形，在如图所示的向量中：

(1)分别找出与 $\overrightarrow{AO}$，$\overrightarrow{BO}$ 相等的向量；

(2)找出与 $\overrightarrow{AO}$ 共线的向量；

(3)找出与 $\overrightarrow{AO}$ 模相等的向量；

(4)向量 $\overrightarrow{AO}$ 与 $\overrightarrow{CO}$ 是否相等？



素养提能篇

9. 汽车以大小为 120 km/h 的速度向正西方向走了 2 h，摩托车以大小为 45 km/h 的速度向东北方向走了 2 h，则下列说法中正确的是（　）

A. 汽车的速度大于摩托车的速度

B. 汽车的位移大于摩托车的位移

C. 汽车走的路程大于摩托车走的路程

D. 以上都不对

10. 已知 p:向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 所在的直线平行,q:向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 平行,则 p 是 q 的 ( )

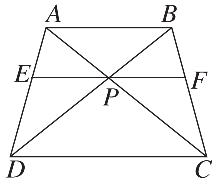
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

11. 如图,在等腰梯形 $ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 交于点 P,点 E,F 分别在腰 AD,BC 上,EF 过点 P,且 $EF\parallel AB$,则 ( )



A. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{PE}=\overrightarrow{PF}$　　D. $\overrightarrow{EP}=\overrightarrow{PF}$

12. (多选题)下列结论中正确的有 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

B. 方向为南偏西 60°的向量与北偏东 60°的向量是共线向量

C. 直角坐标平面上的 x 轴、y 轴都是向量

D. 若用有向线段表示的向量 $\overrightarrow{AM}$ 与 $\overrightarrow{AN}$ 不相等,则点 M 与 N 不重合

13. (多选题)已知 $A=\{$与 $\boldsymbol{a}$ 共线的向量$\}$,$B=\{$与 $\boldsymbol{a}$ 长度相等的向量$\}$,$C=\{$与 $\boldsymbol{a}$ 长度相等,方向相反的向量$\}$,其中 $\boldsymbol{a}$ 为非零向量,则下列选项正确的是 ( )

A. $C\subseteq A$　　B. $A\cap B=\{\boldsymbol{a}\}$

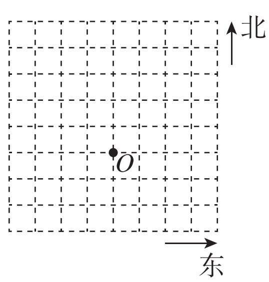
C. $C\subseteq B$　　D. $A\cap B\supseteq\{\boldsymbol{a}\}$

14. 在如图的方格纸中,画出下列向量.

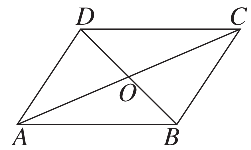
(1)$|\overrightarrow{OA}|=3$,点 A 在点 O 的正西方向;

(2)$|\overrightarrow{OB}|=3\sqrt{2}$,点 B 在点 O 的北偏西 45° 方向;

(3)求出$|\overrightarrow{AB}|$的值.

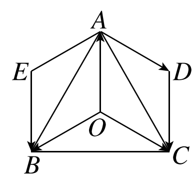


15. 如图所示,平行四边形 $ABCD$ 中,O 是两条对角线 AC 与 BD 的交点,设点集 $S=\{A,B,C,D,O\}$,向量集合 $T=\{\overrightarrow{MN}\mid M,N\in S$,且 M,N 不重合$\}$,试求集合 T 中元素的个数.



思维训练篇

16. 如图,O 是正三角形 ABC 的中心,四边形 $AOCD$ 和四边形 $AOBE$ 均为平行四边形,则与向量 $\overrightarrow{AD}$ 相等的向量为________,与向量 $\overrightarrow{OA}$ 共线的向量为________,与向量 $\overrightarrow{OA}$ 的模相等的向量为________.(填图中所画出的向量)



17. 一位模型赛车的赛车手遥控一辆赛车向正东方向前进 1 m,然后将行驶方向按逆时针方向旋转 α,继续沿直线前进 1 m,再将行驶方向按逆时针方向旋转 α,然后继续沿直线前进 1 m,按此方法继续操作下去. 当 $\alpha=45^\circ$时,最少转向________次可使赛车的位移为零.

6.2　平面向量的运算

6.2.1　向量的加法运算

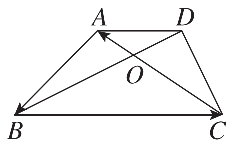
基础夯实篇

1. 化简 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PS}+\overrightarrow{SQ}$ 的结果等于　(　　)

A. $\overrightarrow{QP}$　　B. $\overrightarrow{OQ}$

C. $\overrightarrow{SP}$　　D. $\overrightarrow{SQ}$

2. 如图,四边形 $ABCD$ 是梯形,$AD/\!/BC$,则 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$ 等于　(　　)



A. $\overrightarrow{CD}$　　B. $\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{DA}$　　D. $\overrightarrow{CO}$

3. 已知 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 为非零向量,且 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$,则　(　　)

A. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同

B. $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 是共线向量且方向相反

C. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

D. $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 无论什么关系均可

4. 在矩形 $ABCD$ 中,$|\overrightarrow{AB}|=2$,$|\overrightarrow{BC}|=4$,则向量 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}$ 的长度为　(　　)

A. $2\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{5}$

C. 12　　D. 6

5. (多选题)下列各式中结果一定为零向量的是　(　　)

A. $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}$

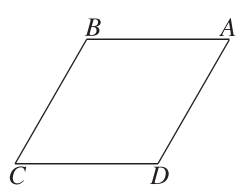
B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}$

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}$

6. 化简:$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OM}=$________.

7. 如图,在菱形 $ABCD$ 中,$\angle ABC=120°$,$|\overrightarrow{AB}|=2$,则 $|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}|=$________.

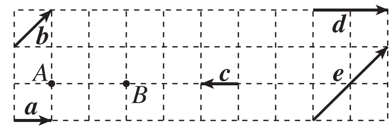


8. 如图,按下列要求作答.

(1)以 A 为起点,作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$;

(2)以 B 为起点,作出 $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}$;

(3)若 $\boldsymbol{a}$ 为单位向量,求 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$,$|\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}|$ 和 $|\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}|$.



素养提能篇

9. 在矩形 $ABCD$ 中,$|\overrightarrow{AD}|=2$,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{c}$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$ 的值为　(　　)

A. 2　　B. 3

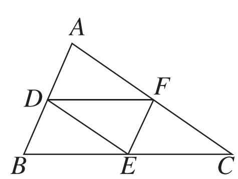
C. 4　　D. 5

10. 某人在静水中游泳的速度为 $\sqrt{3}$ m/s,河水自西向东的流速为 1 m/s,此人朝正南方向游去,那么他的实际前进方向与水流方向的夹角为　(　　)

A. 90°　　B. 60°

C. 45°　　D. 30°

11. [2024·广东珠海北师大附中高一月考] 如图,已知点 D,E,F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB,BC,CA 的中点,则下列等式中正确的是　(　　)



A. $\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{FA}$　　B. $\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}=\boldsymbol{0}$

C. $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DF}$　　D. $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CE}$

12. (多选题)下列说法中错误的是 ( )

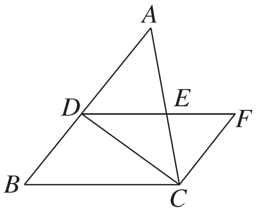
A. 若$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$,则$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$至少有一个为零向量

B. 若$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$不共线,则必有$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

C. 若$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}||$,则$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$至少有一个为零向量

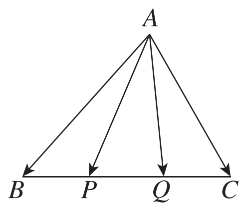
D. 对于任意向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,必有$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

13. 如图,在$\triangle ABC$中,D,E分别是AB,AC上的点,F为线段DE延长线上一点,$DE/\!/BC,AB/\!/CF$,则$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DF}=$________,$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{FC}=$________.



14. 已知点G是$\triangle ABC$的重心,则$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=$________.

15. 如图所示,P,Q是$\triangle ABC$的边BC上两点,且$\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CQ}=\mathbf{0}$.求证:$\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.



16. 一架救援直升机从A地沿北偏东$60°$方向飞行40 km到达B地,再由B地沿正北方向飞行40 km到达C地,求此时直升机与A地的相对位置.

思维训练篇

17. [2024·山东枣庄高一月考]已知单位向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$的取值范围为 ( )

A. $[0,3]$　　B. $[0,2]$

C. $[0,1]$　　D. $[1,2]$

18. 已知$\triangle ABC$的三个顶点A,B,C及平面内一点P满足$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PC}$,则下列结论中正确的是 ( )

A. 点P在$\triangle ABC$的内部

B. 点P在$\triangle ABC$的边AB上

C. 点P在边AB所在的直线上

D. 点P在$\triangle ABC$的外部

6.2.2 向量的减法运算

基础夯实篇

1. 在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{AB}=$ （　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $-\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$

C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

2. 已知非零向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$同向，则$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ （　）

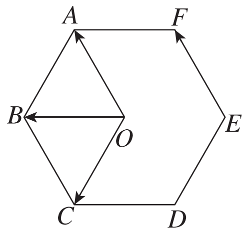
A. 必与$\boldsymbol{a}$同向

B. 必与$\boldsymbol{b}$同向

C. 必与$\boldsymbol{a}$是平行向量

D. 与$\boldsymbol{b}$不可能是平行向量

3. 如图，已知六边形$ABCDEF$是一个正六边形，O是它的中心，若$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，则$\overrightarrow{EF}=$ （　）



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

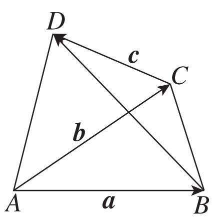
C. $\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

4. 化简：$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AB}=$ （　）

A. $\overrightarrow{AD}$　　B. $\overrightarrow{DA}$

C. $\overrightarrow{BC}$　　D. $\overrightarrow{CB}$

5. 如图，在四边形$ABCD$中，向量$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{c}$，则向量$\overrightarrow{BD}$可以表示为 （　）



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$

6. 已知非零向量$\boldsymbol{m}$与$\boldsymbol{n}$是相反向量，则下列结论不正确的是 （　）

A. $\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}=\boldsymbol{0}$

B. $\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}=\boldsymbol{0}$

C. $|\boldsymbol{m}|=|\boldsymbol{n}|$

D. $\boldsymbol{m}$与$\boldsymbol{n}$的方向相反

7. (多选题)化简以下各式，结果为$\boldsymbol{0}$的有 （　）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$

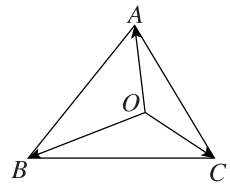
C. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{NM}-\overrightarrow{MP}$

8. 如图，O为$\triangle ABC$内一点，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$. 求作：

(1)$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$；

(2)$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$.



素养提能篇

9. 对于任意两个向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$，下列说法中正确的是 （　）

A. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$

B. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$

C. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

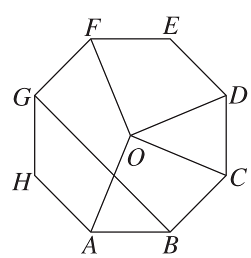
D. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

10. 在$\triangle ABC$中，$|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}|$，则$\triangle ABC$是 （　）

A. 等边三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰直角三角形

11. (多选题)如图，正八边形$ABCDEFGH$的中心为O，且$OA=2$，则下列结论正确的是 （　）



A. $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{ED}$

C. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DO}$

D. $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{BG}$

12. (多选题)已知 A,B,C,D 四点不共线,下列等式能判断四边形 $ABCD$ 为平行四边形的是 ( )

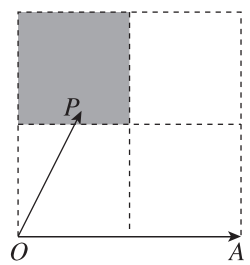
A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

B. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$($O$ 为平面内任意一点)

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$($O$ 为平面内任意一点)

13. 如图,已知网格小正方形的边长为 1,点 P 是阴影区域内的一个动点(包括边界),O,A 在格点上,则$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|$的最小值是________,最大值是________.



14. 化简下列各式:

(1)$(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC})-(\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{EC})$;

(2)$(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OA})-(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DO}-\overrightarrow{OB})$.

15. 已知在平行四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$.

(1)当 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足什么条件时,$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 垂直?

(2)当 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足什么条件时,$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$?

思维训练篇

16. 已知平面内 M,N,P 三点满足 $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{PM}=\boldsymbol{0}$,则下列说法正确的是 ( )

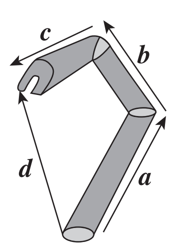
A. M,N,P 是一个三角形的三个顶点

B. M,N,P 是一条直线上的三个点

C. M,N,P 是平面内任意的三个点

D. 以上都不对

17. 如图是一个机器人手臂的示意图,该手臂分为三段,分别可用向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 代表.若用向量 $\boldsymbol{d}$ 代表整条手臂,则 ( )



A. $|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{c}|=|\boldsymbol{d}|$

B. $|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|+|\boldsymbol{d}|$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{d}-\boldsymbol{b}$

D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}$

18. 若非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}|=2$,则$|\boldsymbol{a}|$的取值范围是________,$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$的取值范围是________.

6.2.3 向量的数乘运算

基础夯实篇

1. $4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-3(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\boldsymbol{b}$ 等于 ( )

A. $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}-6\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}-8\boldsymbol{b}$

2. 若 C 在线段 AB 上,且$\frac{AC}{CB}=\frac{3}{7}$,则 ( )

A. $\overrightarrow{BC}=\frac{7}{13}\overrightarrow{BA}$

B. $\overrightarrow{AC}=-\frac{3}{10}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{BC}=\frac{7}{13}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{AC}=-\frac{3}{10}\overrightarrow{BA}$

3. 已知 $\boldsymbol{e}$ 为非零向量,若向量 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{e}$,$\boldsymbol{b}=-6\boldsymbol{e}$,则下列说法不正确的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

B. 向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的方向相反

C. $|\boldsymbol{a}|=3|\boldsymbol{b}|$

D. $\boldsymbol{b}=-3\boldsymbol{a}$

4. 对于非零向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,“$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=0$”是“$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. (多选题)设 $\boldsymbol{a}$ 是非零向量,λ 是非零实数,则下列结论错误的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $-\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向相反

B. $|-\lambda\boldsymbol{a}|\geqslant|\boldsymbol{a}|$

C. $\boldsymbol{a}$ 与 $\lambda^2\boldsymbol{a}$ 的方向相同

D. $|-\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\boldsymbol{a}$

6. 若 $3(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a})+2(\boldsymbol{x}-2\boldsymbol{a})-4(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{0}$,则 $\boldsymbol{x}=$________.

7. 已知点 P 在线段 AB 上,且$|\overrightarrow{AB}|=4|\overrightarrow{AP}|$,设 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$,则实数 $\lambda=$________.

8. 化简:(1)$8(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})-6(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})-2(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$;

(2)$\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}(2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b})-(4\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\right]$.

素养提能篇

9. 已知$|\boldsymbol{a}|=2$,$|\boldsymbol{b}|=4$,$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$ ( )

A. 1　　B. 2

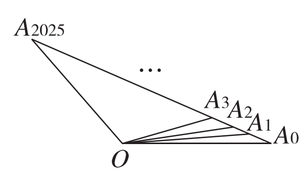
C. 3　　D. 2 或 6

10. 设 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 都是非零向量,则下列四个条件中使得$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$成立的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 且$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

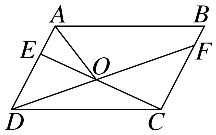
11. [2024·北京陈经纶中学高一期中] 如图所示,O 为线段 A_0A_{2025} 外一点,若 A_0,A_1,A_2,A_3,…,A_{2025} 中任意相邻两点间的距离相等,$\overrightarrow{OA_0}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OA_{2025}}=\boldsymbol{b}$,则 $\overrightarrow{OA_0}+\overrightarrow{OA_1}+\cdots+\overrightarrow{OA_{2025}}=$ ( )



A. $2025(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　B. $2026(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$

C. $1012(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　D. $1013(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$

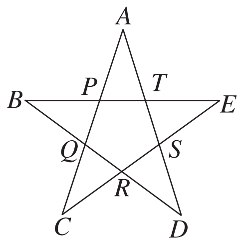
12. [2024·新疆乌鲁木齐高一期末]如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,$AE=\frac{1}{3}AD$,$BF=\frac{1}{4}BC$,CE 与 DF 交于点 O. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,若 $\overrightarrow{AO}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$,则 $\mu-\lambda=$ ( )



A. $\frac{8}{17}$　　B. $\frac{19}{17}$

C. $\frac{11}{17}$　　D. $\frac{3}{17}$

13. (多选题)正五角星(5 个顶点构成正五边形)是一个非常优美的几何图形,且与黄金分割有着密切的联系. 在如图所示的正五角星中,$\frac{PT}{AT}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,则 ( )



A. $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{SE}+\overrightarrow{RQ}=\boldsymbol{0}$

B. $\overrightarrow{QC}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{QD}+\overrightarrow{RS}$

C. $\overrightarrow{AT}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\overrightarrow{TS}$

D. $\overrightarrow{CQ}-\frac{\sqrt{5}+1}{2}\overrightarrow{ST}=\overrightarrow{TP}$

14. [2024·福建龙岩高一期末]设向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 不平行,$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{e}_1+k\boldsymbol{e}_2$,$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$,$\overrightarrow{CD}=2\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2$,若 A,B,D 三点共线,则 $k=$________.

15. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是两个不共线的向量,向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{e}_1-5\boldsymbol{e}_2$,求 $4\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$(用 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 表示).

16. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是不共线的两个非零向量.

(1)若 $\overrightarrow{OA}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OB}=3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$,求证:$A,B,C$ 三点共线;

(2)若 $9\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}$ 与 $k\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$ 共线,求实数 k 的值.

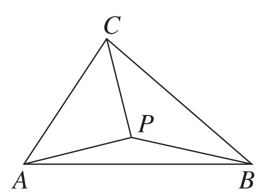
思维训练篇

17. 已知在△ABC 中,向量 $\overrightarrow{AP}=\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})(\lambda\in\mathbf{R})$,则点 P 的轨迹必过△ABC 的 ( )

A. 垂心　　B. 内心

C. 外心　　D. 重心

18. 如图,设 P 为△ABC 内一点,且 $2\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\boldsymbol{0}$,则 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ABC}}=$________.



6.2.4 向量的数量积

第1课时 向量数量积的定义、投影向量

基础夯实篇

1. 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 等于 ( )

A. $-2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$

C. -2　　D. 4

2. 下列说法中正确的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，则对任意 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$，有 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\neq0$

B. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 中至少有一个为 $\boldsymbol{0}$

C. $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|$ 表示向量 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的长度

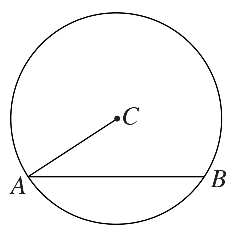
D. $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量与 $\boldsymbol{a}$ 共线

3. 在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$\angle DAB=\angle ABC=60°$，则下列各组向量夹角为 $60°$ 的是 ( )

A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{BC}$　　D. $\overrightarrow{DA}$ 与 $\overrightarrow{DC}$

4. 如图，已知 A,B 是圆 C 上两点，若 $|\overrightarrow{AB}|=4$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ ( )



A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

5. [2024·福建漳州高新区二中高一月考] 已知 $|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=4$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-12$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 ( )

A. $-\frac{3}{5}\boldsymbol{b}$　　B. $\frac{3}{5}\boldsymbol{b}$

C. $-\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　D. $\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$

6. 若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120°$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$________.

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=2$，$BC=3$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=1$，则 $\cos B=$________.

8. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=6$，$AC=8$，$BC=10$，求 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值.

素养提能篇

9. 设 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}$ 为非零向量，则"$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}<0$"是"存在负数 λ，使得 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$"的 ( )

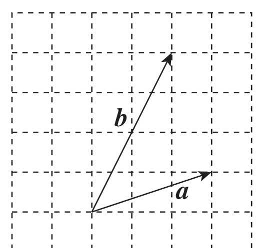
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示，那么向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 ( )



A. $45°$　　B. $60°$

C. $90°$　　D. $135°$

11. (多选题)[2024·山西襄汾中学高一月考] 已知 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=4$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{2\pi}{3}$，与 $\boldsymbol{a}$ 同向的单位向量为 $\boldsymbol{e}_1$，与 $\boldsymbol{b}$ 同向的单位向量为 $\boldsymbol{e}_2$，下列说法正确的是 ( )

A. $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为 $-2\boldsymbol{e}_1$

B. $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为 $-\boldsymbol{e}_1$

C. $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $-\boldsymbol{e}_2$

D. $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $-2\boldsymbol{e}_2$

12. 在 $\triangle ABC$ 中，$BC=4$，D 为 BC 的中点，且 $AD=2$，则 $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}$ 的取值范围是________.

13. 已知$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{e}$是与向量$\boldsymbol{b}$方向相同的单位向量，若向量$\boldsymbol{a}$在向量$\boldsymbol{b}$上的投影向量为$\frac{3}{2}\boldsymbol{e}$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为________.

14. 已知$|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=4$.

(1)若$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角$\theta=120°$.

①求$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；

②求$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量.

(2)若$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，求$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

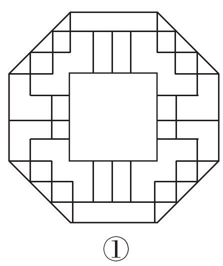
15. 已知在$\triangle OAB$中，P为AB边上一点，且$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$.

(1)若$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PB}$，求$x$，$y$的值；

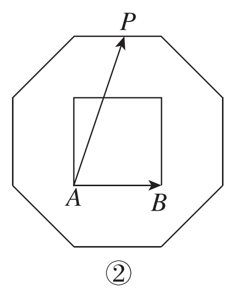
(2)若$\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$，$|\overrightarrow{OA}|=4$，$|\overrightarrow{OB}|=2$，且$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$的夹角为$60°$，求$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}$的值.

思维训练篇

16. 窗户，在建筑学上是指墙或屋顶上建造的洞口，用以使光线或空气进入室内.如图①，这是一个外框为正八边形，中间是一个正方形的窗户，其中正方形和正八边形的中心重合，正方形的上、下边与正八边形的上、下边平行，边长都是4.如图②，A，B是中间正方形的两个相邻的顶点，P是外框正八边形上的一点，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$的最大值是（　　）



①



②

A. $16+8\sqrt{2}$　　B. $16\sqrt{2}+8$

C. $8\sqrt{2}+8$　　D. $16\sqrt{2}+16$

17. 已知向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$满足$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$上的投影向量为$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量为$\boldsymbol{b}$，则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$（　　）

A. $30°$　　B. $45°$

C. $60°$　　D. $90°$

18. 已知菱形$ABCD$的边长为1，$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，点E为该菱形边上任意一点，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$的取值范围是________.

第2课时　向量数量积的运算律

基础夯实篇

1. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=4$，则 $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}$ 等于　（　　）

A. 15　　B. 12

C. 6　　D. 3

2. 若向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=0$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是　（　　）

A. $30°$　　B. $60°$

C. $90°$　　D. $120°$

3. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 都是非零向量，则"$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$"是"$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$"的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. ［2024·广东东莞高一期中］已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$，且 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，$|\boldsymbol{b}|=1$，则 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=$（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{3}$

C. 2　　D. $\sqrt{13}$

5. 已知两个单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-7\boldsymbol{b}$ 垂直，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$________.

6. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 满足 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=2$，且 $|\boldsymbol{b}|=2$，则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量的模为________.

7. 若向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为锐角，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$ 的取值范围是________.

8. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=1$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}$.

(1)求 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ 的值；

(2)求 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值.

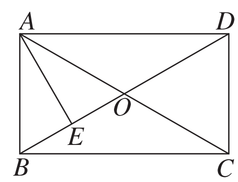
素养提能篇

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=2$，则向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为　（　　）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

10. ［2024·济南黄河实验学校月考］如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=2\sqrt{3}$，AC 与 BD 相交于点 O，过点 A 作 $AE\perp BD$，垂足为 E，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}=$　（　　）



A. $\sqrt{3}$　　B. 3

C. 6　　D. 9

11. （多选题）已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 均不为零向量，则下列说法正确的是　（　　）

A. $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$

B. 若 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

C. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

D. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$

12. （多选题）在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，则下列说法正确的有　（　　）

A. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$ 且 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}<0$，则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形

B. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$，则 $\triangle ABC$ 为钝角三角形

C. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}$，则 $\triangle ABC$ 为等边三角形

D. 若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

13. 已知 $|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=4$，且 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\geqslant4$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 θ 的取值范围是________.

14. 已知平面上三个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 的模均为1,它们之间的夹角均为 $120°$.

(1)求证:$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 垂直;

(2)若 $|k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|>1(k\in\mathbf{R})$,求 k 的取值范围.

思维训练篇

15. [2024·江苏无锡高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,$AC=2\sqrt{7}$,O 是 $\triangle ABC$ 的外心,M 为 BC 的中点,$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=8$,$N$ 是直线 OM 上异于 M,O 的任意一点,则 $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BC}=$ ( )

A. 3　　B. 6

C. 7　　D. 9

16. (多选题)定义:$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 两个向量的叉乘为 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\sin\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$. 以下说法正确的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=0$,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

B. $\lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=(\lambda\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b}$

C. 若四边形 $ABCD$ 为平行四边形,则它的面积等于 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}$

D. 若 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\sqrt{3}$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 的最小值为 $\sqrt{7}$

17. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$\boldsymbol{c}=t\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}(t\in\mathbf{R})$.

(1)若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$,且 $\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$,求 t 的值;

(2)若 $|\boldsymbol{c}|$ 的最小值为 $\sqrt{3}$,求向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角.

6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.3.1 平面向量基本定理

基础夯实篇

1. 给出下列说法：①一个平面内只有一组不共线的向量可构成表示该平面内所有向量的基底；②一个平面内有无数组不共线向量可构成表示该平面内所有向量的基底；③平面内的基底一旦确定，该平面内的向量关于基底的线性分解形式也是唯一确定的. 其中正确的是 （　）

A. ①②　　B. ②③

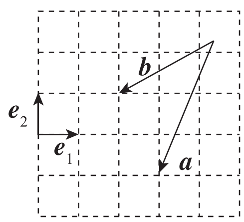
C. ①③　　D. ①②③

2. ［2024·广西河池高一期末］在$\triangle ABC$中，$CB\perp CA$，D为AB边上的点且$BD=4AD$，则$\overrightarrow{BD}=$ （　）

A. $\frac{4}{5}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{CA}$　　B. $-\frac{4}{5}\overrightarrow{CB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{CA}$

C. $\frac{4}{5}\overrightarrow{CB}-\frac{1}{5}\overrightarrow{CA}$　　D. $-\frac{1}{5}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{CA}$

3. 如图，$\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$为互相垂直的单位向量，则向量$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$可表示为 （　）



A. $\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$　　B. $3\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$

C. $2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$　　D. $2\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$

4. 在$\triangle ABC$中，D为AC边上的点且$AD=2DC$，若$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{BD}=$ （　）

A. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

C. $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　D. $\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$

5. （多选题）设$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$是平面内的一个基底，则下列可以构成平面内的基底的是 （　）

A. $-\boldsymbol{e}_2$和$\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$

B. $2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$和$\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$

C. $-\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$和$4\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_1$

D. $2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$和$\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$

6. （多选题）设$\boldsymbol{a}$是已知的平面向量，向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$在同一平面内且两两不共线，则下列说法正确的是 （　）

A. 给定向量$\boldsymbol{b}$，总存在向量$\boldsymbol{c}$，使$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

B. 给定向量$\boldsymbol{b}$和$\boldsymbol{c}$，总存在实数λ和μ，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$

C. 给定单位向量$\boldsymbol{b}$和正数μ，总存在单位向量$\boldsymbol{c}$和实数λ，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$

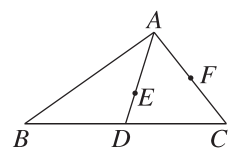
D. 若$|\boldsymbol{a}|=2$，存在单位向量$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$和正实数λ，μ，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$，则$\lambda+\mu>2$

7. 向量$\boldsymbol{a}$在基底$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$下可表示为$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$，若$\boldsymbol{a}$在基底$\{\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2\}$下可表示为$\boldsymbol{a}=\lambda(\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)+\mu(\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2)$，则$\lambda=$________，$\mu=$________.

8. 如图，在$\triangle ABC$中，D，F分别是BC，AC的中点，$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

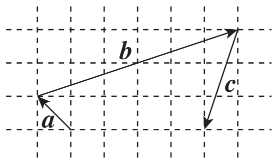
(1)用$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$分别表示向量$\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{BF}$；

(2)求证：B，E，F三点共线.



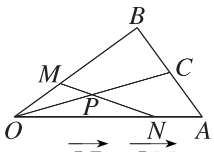
素养提能篇

9. 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 在边长为 1 的正方形网格中的位置如图所示,若 $\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$,则 $\dfrac{\lambda}{\mu}=$ ( )



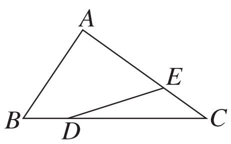
A. 2　　B. 4　　C. 5　　D. 7

10. 如图,在△OAB 中,C,M,N 分别为边 AB,OB,OA 上的点,MN 与 OC 交于点 P,$\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OP}$,$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$,$\overrightarrow{OM}=m\overrightarrow{OB}$,$\overrightarrow{ON}=n\overrightarrow{OA}$,若 $m=\dfrac{3}{8}$,则 $n=$ ( )



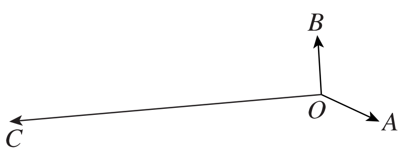
A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

11. 如图,在△ABC 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$,若 D,E 分别是直线 BC,AC 上的点,且满足 $\overrightarrow{DE}=-\dfrac{3}{4}\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$,则 $\dfrac{DC}{BD}=$ ( )



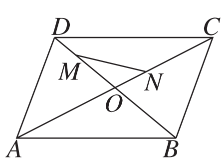
A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

12. 如图,平面内有三个向量 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$,$\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 120°,$\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 150°,$\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 90°,且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$,$|\overrightarrow{OC}|=3\sqrt{3}$.若 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$,则 $\lambda+\mu=$________.



13. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线,设向量 $\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{n}=4\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{p}=3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,若用 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}$ 表示 $\boldsymbol{p}$,则 $\boldsymbol{p}=$__________.

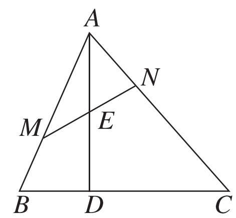
14. 如图,平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 交于 O 点,线段 OD 上有一点 M 满足 $\overrightarrow{DO}=3\overrightarrow{DM}$,线段 CO 上有一点 N 满足 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{ON}(\lambda>0)$.设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,若 $\overrightarrow{MN}=\mu\boldsymbol{a}-\dfrac{1}{6}\boldsymbol{b}$,则 $\lambda=$________.



15. [2024·济南期中] 如图,在△ABC 中,点 M,N 满足 $\overrightarrow{AM}=m\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AN}=n\overrightarrow{AC}(m>0,n>0)$,点 D 满足 $\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$,$E$ 为 AD 的中点,且点 E 在线段 MN 上.

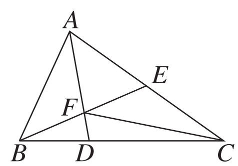
(1)用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$;

(2)求 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{2n}$ 的值.



思维训练篇

16. (多选题)如图,在△ABC 中,$\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,$AD$ 与 BE 交于点 F,则下列说法正确的是 ( )



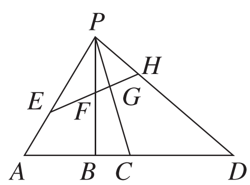
A. $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

B. $|\overrightarrow{BF}|=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{BE}|$

C. $S_{\triangle BFD}:S_{\triangle AFE}=1:3$

D. $\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CF}=\mathbf{0}$

17. (多选题)[2024·山西忻州实验中学高一月考] 如图,在△PAD 中,E,H 分别在线段 PA,PD 上,C 是线段 AD 的中点,F 是线段 EH 的中点,$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC}$,且 F 在线段 PB 上,PC 与 EH 交于点 G,则 $\overrightarrow{PG}=$ ( )



A. $\dfrac{1}{4}\overrightarrow{PE}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{PH}$　　B. $\dfrac{3}{5}\overrightarrow{PF}+\dfrac{2}{5}\overrightarrow{PH}$

C. $\dfrac{1}{3}\overrightarrow{PE}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{PH}$　　D. $\dfrac{2}{3}\overrightarrow{PF}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{PH}$

6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示
6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示

基础夯实篇

1. 下列说法错误的是 ( )

A. 相等向量的坐标相同

B. 在平面直角坐标系中,一个向量对应唯一的坐标

C. 一个坐标对应于唯一的一个向量

D. 平面上一个点与以原点为始点、该点为终点的向量一一对应

2. 已知点 $A(1,-3)$,$\overrightarrow{AB}$ 的坐标为$(3,7)$,则点 B 的坐标为 ( )

A. $(4,4)$　　B. $(-2,4)$

C. $(2,10)$　　D. $(-2,-10)$

3. 在平面直角坐标系中,$\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(-1,1)$,$B(2,3)$,$C(-6,5)$,D 为 BC 边的中点,则 $\overrightarrow{AD}=$ ( )

A. $(-3,2)$　　B. $(-1,3)$

C. $(-3,5)$　　D. $(-2,4)$

4. 若 $\overrightarrow{AB}=(1,1)$,$\overrightarrow{AD}=(0,1)$,$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(a,b)$,则 $a+b=$ ( )

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

5. (多选题)下列说法错误的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}=(-2,4)$,$\boldsymbol{b}=(3,4)$,则 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(1,0)$

B. 若 $\boldsymbol{a}=(5,2)$,$\boldsymbol{b}=(2,4)$,则 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=(-3,2)$

C. 若 $\boldsymbol{a}=(1,0)$,$\boldsymbol{b}=(0,1)$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(0,1)$

D. 若 $\boldsymbol{a}=(1,1)$,$\boldsymbol{b}=(1,-2)$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2,1)$

6. 在平面直角坐标系中,$|\boldsymbol{a}|=2024$,$\boldsymbol{a}$ 与 x 轴正半轴的夹角为 $\frac{\pi}{3}$,则向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标为 ________.

7. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2m,m)$,$\boldsymbol{b}=(n,-2n)$($m,n\in\mathbf{R}$),若 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(9,-8)$,则 $m-n$ 的值为 ________.

8. 若 $A(2,-1)$,$B(4,2)$,$C(1,5)$,求 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

素养提能篇

9. 设向量$\boldsymbol{a}=(1,-3)$,$\boldsymbol{b}=(-2,4)$,$\boldsymbol{c}=(-1,-2)$,若表示向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{d}$ 的有向线段首尾相接能构成四边形,则向量 $\boldsymbol{d}$ 的坐标为 ( )

A. $(1,0)$　　B. $(3,0)$

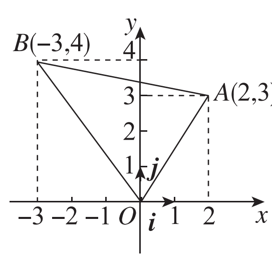
C. $(0,-1)$　　D. $(-1,0)$

10. 向量旋转具有反映点与点之间特殊对应关系的特征,在电子信息传导方面有重要应用.平面向量旋转公式在中学数学中用于求旋转相关点的轨迹方程具有明显优势.已知对任意平面向量 $\overrightarrow{AB}=(x,y)$,把 $\overrightarrow{AB}$ 绕其起点沿逆时针方向旋转θ 角得到向量 $\overrightarrow{AP}=(x\cos\theta-y\sin\theta,x\sin\theta+y\cos\theta)$,叫作把点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转θ 角得到点 P.已知平面内点 $A(1,2)$,点 $B(1+\sqrt{2},2-2\sqrt{2})$,把点 B 绕点 A 沿顺时针方向旋转$\frac{\pi}{4}$后得到点 P,则点 P 的坐标为 ( )

A. $(-2,1)$　　B. $(4,1)$

C. $(2,-1)$　　D. $(0,-1)$

11. (多选题)如图所示,在平面直角坐标系中,点 $A(2,3)$,$B(-3,4)$,与 x 轴、y 轴正方向同向的单位向量分别为$\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$,则下列选项正确的是 ( )



A. $\overrightarrow{OA}=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$　　B. $\overrightarrow{OB}=3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$

C. $\overrightarrow{AB}=-5\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$　　D. $\overrightarrow{BA}=5\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}$

12. (多选题)[2024·江苏南通期中] 已知一个平行四边形的三个顶点的坐标分别为$(0,3)$,$(-1,0)$,$(3,0)$,则第四个顶点的坐标可以是 ( )

A. $(-4,3)$　　B. $(-5,3)$

C. $(4,3)$　　D. $(2,-3)$

13. 已知向量 $\boldsymbol{i}=(1,0)$，$\boldsymbol{j}=(0,1)$，以 $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}\}$ 为基底，关于坐标平面内的任一向量 $\boldsymbol{a}$，给出下列四个结论：

①存在唯一的一对实数 x,y，使得 $\boldsymbol{a}=(x,y)$；

②若 $x_1,x_2,y_1,y_2\in\mathbf{R}$，$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)\neq(x_2,y_2)$，则 $x_1\neq x_2$ 且 $y_1\neq y_2$；

③若 $x,y\in\mathbf{R}$，$\boldsymbol{a}=(x,y)$，且 $\boldsymbol{a}\neq\mathbf{0}$，则 $\boldsymbol{a}$ 的起点是原点 O；

④若 $x,y\in\mathbf{R}$，$\boldsymbol{a}\neq\mathbf{0}$，且 $\boldsymbol{a}$ 的终点坐标是 (x,y)，则 $\boldsymbol{a}=(x,y)$.

其中正确的结论有________个.

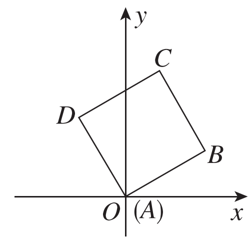
14. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,1)$，$B(2,3)$，$C(3,2)$. 若 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\mathbf{0}$，则 $\overrightarrow{OP}$ 的坐标为________.

15. 已知点 $A(2,3)$，$B(5,4)$，$\overrightarrow{AC}=(5\lambda,7\lambda)(\lambda\neq0)$，且 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

(1)若点 P 在第一、三象限的平分线上，求 λ 的值；

(2)若点 P 位于第三象限，求 λ 的取值范围.

16. 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中，A 与原点 O 重合，B，C，D 的位置如图所示，且 $\overrightarrow{AB}$ 与 x 轴正半轴的夹角为 $30°$，求点 B 和点 D 的坐标，$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的坐标.



思维训练篇

17. 对于任意的两个向量 $\boldsymbol{m}=(a,b)$，$\boldsymbol{n}=(c,d)$，规定运算"$\otimes$"为 $\boldsymbol{m}\otimes\boldsymbol{n}=(ac-bd,bc+ad)$. 设 $\boldsymbol{m}=(p,q)$，若 $(1,2)\otimes\boldsymbol{m}=(5,0)$，则 $(1,2)+\boldsymbol{m}=$________.

18. 向量集数与形于一身，每一种向量运算都有相应的几何意义，向量运算与几何图形性质的这种内在联系使我们自然地想到：利用向量运算研究几何图形的性质是否会更加方便，简捷呢？请求解下列问题：

(1)用向量方法证明：$\triangle ABC$ 的三条中线 AD，BE，CF 交于一点 G(称为三角形的重心)；

(2)设 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A，B，C 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3)，求重心 G 的坐标.